

## Übungen zur Vorlesung Statistik VI

Blatt 9Aufgabe 24

Zeigen Sie:

a) Sei  $X$  Zufallsvariable mit  $E(X) = \mu$  und  $\mathfrak{G} = \{\emptyset, \Omega\}$ . Dann ist  $E(X|\mathfrak{G})(\omega) = \mu$  für alle  $\omega \in \Omega$  außerhalb einer Nullmenge  $N$ .

b) Sei  $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathcal{P})$  Wahrscheinlichkeitsraum um  $M : (\Omega, \mathfrak{A}) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathfrak{B})$  so, dass der Erwartungswert  $E(M)$  existiert. Sei  $B \in \mathfrak{B}$ , mit  $0 < P(B) < 1$  und  $\mathfrak{G} = \{\emptyset, B, B^C, \Omega\}$ .

Definiere  $\alpha_1 = \frac{1}{P(B)} \int_B M dP$  und  $\alpha_2 = \frac{1}{P(B^C)} \int_{B^C} M dP$ .

Dann ist  $E(M|\mathfrak{G}) = \alpha_1 I_B + \alpha_2 I_{B^C}$ .

Aufgabe 25

Zeigen Sie: Ist  $X(\omega) \in [a, b]$  für alle  $\omega \in \Omega$  und  $\mathfrak{G}$  beliebige  $\sigma$ -Algebra. Dann ist  $E(X|\mathfrak{G})(\omega) \in [a, b]$  für alle  $\omega \in \Omega$  außerhalb einer Nullmenge  $N$ .

Hinweis: Nutzen Sie: wenn für alle  $\omega \in M$  gilt:  $G(\omega) > a$ , so ist  $\int_M G dP > aP(M)$

Abgabe bis Mittwoch, den 10.06.2015, 10.00 Uhr
--