**TU DORTMUND**
**Fakultät Statistik**
Prof. Dr. J. Kunert
M. Sc. J. Wiedom
M. Sc. C. Neumann

Sommersemester 2015
15. April 2015

# Übungen zur Vorlesung Statistik VI

## Blatt 2

### Aufgabe 4

Für eine Familie von Binomialverteilungen $\mathbb{B}(n,p)$ mit den Parametern $n$ und $p$ werden mehrere Abbildungen vorgeschlagen ($\mathcal{P}^X = \{\mathbb{B}(n,p) : n \in \mathbb{N}, p \in [0,1]\}$):

a) $\eta_1 : \mathcal{P}^X \to \mathbb{N} \times [0,1] \quad \text{mit} \quad \eta_1(\mathbb{B}(n,p)) = \begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix}$

b) $\eta_2 : \mathcal{P}^X \to \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad \eta_2(\mathbb{B}(n,p)) = n^2$

c) $\eta_3 : \mathcal{P}^X \to \mathbb{N} \times [0,1] \times \mathbb{R}_{(+)} \quad \text{mit} \quad \eta_3(\mathbb{B}(n,p)) = \begin{pmatrix} n \\ p \\ n-p \end{pmatrix}$

Beantworten Sie sich für jede der vorgeschlagenen Abbildungen $\eta_i$, $1 \leq i \leq 3$ die folgende Frage:
Ist die Abbildung $\eta_i$ eine Parametrisierung der Familie von Binomialverteilungen $\mathbb{B}(n,p)$? Begründen Sie ihre Antwort. Falls die Abbildung $\eta_i$ keine Parametrisierung ist, verändern Sie die Abbildung so, dass sie eine wird.

### Aufgabe 5

In einer Produktionsreihe sei der Zustand einer Maschine nur durch Fachleute zu bestimmen. Solange die Maschine intakt ist, produziert sie einen Ausschussanteil von höchstens $\pi = 0.05$, ist sie defekt, steigt dieser Anteil, d.h. $\pi > 0.05$. Wird ein Fachmann gerufen, um den Zustand einer Maschine zu überprüfen, so entstehen Kosten $c_1$, die allerdings im Fall einer defekten Maschine dem Hersteller der Maschine in Rechnung gestellt werden. Ist hingegen die Maschine defekt und bleibt dies unerkannt, so entstehen Kosten $c_2$.
Die Firma entschließt sich daher, aus der laufenden Produktion $n = 100$ Teile zu entnehmen und die Anzahl der defekten Teile in dieser Stichprobe zu bestimmen.

a) Formulieren Sie für diese Situation ein Entscheidungsproblem.

b) Geben Sie die Verlustfunktion an.

c) Überlegen Sie sich eine sinnvolle Entscheidungsfunktion.

d) Bestimmen Sie die Risikofunktion ihrer Entscheidungsfunktion in Abhängigkeit von $\pi$, wobei $\pi$ der wahre Ausschussanteil der Maschine ist.

**Aufgabe 6**

Seien $X_1, \ldots, X_5$ u.i.v. mit $P^{X_i} = B(1, \pi)$. $\pi$ soll mittels eines Punktschätzers geschätzt werden. Betrachten Sie die Schätzfunktionen $S_1(X) = 0.5$, $S_2(X) = \bar{X}$ und $S_3(X) = \sum_{i=1}^{5} iX_i/15$.

Welcher dieser Schätzer ist zulässig für die Gauß'sche Verlustfunktion?

Für welche $\pi \in (0, 1)$ ist welcher der drei Schätzer jeweils der lokal beste?

| **Abgabe bis Mittwoch, den 22.04.2015, 10.00 Uhr** |
| --- |