TU DORTMUND
Fakultät Statistik
Prof. Dr. J. Kunert
M. Sc. Ch. Neumann

Wintersemester 2016/17
22. November 2016

Übungen zur Vorlesung
Statistik V

Blatt 6

Aufgabe 15

Betrachte den Messraum $(\mathbb{R}, \mathfrak{B})$, wobei $\mathfrak{B}$ die Borelsche σ-Algebra ist. Sei $k \in I\!N_0$ und $T_k = \{t \in [0,1] : \exists n \in \{0, 1, ..., 10^k\} \text{ mit } t = \frac{n}{10^k}\}$, d.h. jedes $x \in T_k$ hat höchstens k Stellen nach dem Komma.

a) Es werde eine der Zahlen aus T_k zufällig mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen. Bestimmen Sie ein zugehöriges Wahrscheinlichkeitsmaß P_k, das dieses Experiment beschreibt.

b) Bestimmen Sie die zu P_k gehörende Verteilungsfunktion $F_k(x)$ für $x \in I\!R$ und zeichnen Sie diese für $k = 1$.

c) Zeigen Sie, dass für $x \in [0,1]$ gilt: $\lim\limits_{k \to \infty} F_k(x) = x$.

Aufgabe 16

Sei μ ein Lebesgue-Stieltjes Maß auf $(\mathbb{R}, \mathfrak{B})$, wobei $\mathfrak{B}$ die Borelsche σ-Algebra ist. Sei F eine zugehörige verallgemeinerte Verteilungsfunktion.

Zeigen Sie, dass für beliebiges $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \leq b$ gilt: $\mu([a,b]) = F(b) - F(a-)$.

Dabei ist $F(a-) = \lim_{x \uparrow a} F(x)$.

Aufgabe 17

Sei $\mathcal{R}$ ein Ring über Ω. Zeigen Sie, dass gilt: $\forall A, B \in \mathcal{R}$ mit $A \subset B$ ist auch $B \setminus A \in \mathcal{R}$.

Aufgabe 18

Beweisen oder widerlegen Sie: Der Durchschnitt von beliebig vielen Semiringen über Ω ist wieder ein Semiring.

Abgabe bis Dienstag, den 29.11.2016, 8.30 Uhr in der Vorlesung.