TU DORTMUND Wintersemester 2016/17

Fakultät Statistik 24. Januar 2017

Prof. Dr. J. Kunert

M. Sc. Ch. Neumann

Übungen zur Vorlesung
Statistik V

Blatt 13

Aufgabe 40

Sei $\Omega_1 = \Omega_2 = \mathbb{N}$, $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = 2^{\mathbb{N}}$ und $\mu_1 = \mu_2$ das Zählmaß, d.h. das diskrete Maß mit Träger $\mathbb{N}$ und Dichte $f = I_{\mathbb{N}}$.

Die Abbildung $G \in \mathcal{M}(\Omega_1 \times \Omega_2, \mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2)$ sei definiert durch

$$G(x,y) = \begin{cases} x & \text{falls } y = x, \\ -y & \text{falls } y = x-1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Ist G $\mu_1 \otimes \mu_2$- quasiintegrierbar? Falls ja, bestimmen Sie $\int G d\mu_1 \otimes \mu_2$.

b) Bestimmen Sie $\int \left(\int G(x,y)\mu_2(dy) \right) \mu_1(dx)$.

c) Bestimmen Sie $\int \left(\int G(x,y)\mu_1(dx) \right) \mu_2(dy)$.

Aufgabe 41

Bestimmen Sie $\int \frac{y}{x} I_B(x,y)\lambda^2 d(x,y)$ wobei $B = \{[x,y]^T \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1, 1 \leq x \leq 2-y\}$.

Aufgabe 42

Der Parameter p einer Binomialverteilung werde zufällig bestimmt gemäß einer stetigen Gleichverteilung auf $[0,1]$.

Sei $n \in \mathbb{N}$ und λ das Lebesgue-Maß. Weiter sei Q die stetige Gleichverteilung auf $[0,1]$, d.h. die Verteilung mit λ-Dichte $I_{[0,1]}$. Für festes $p \in (0,1)$ sei P_p die Binomial-Verteilung mit Parametern n und p.

a) Definiere $K : \mathbb{R} \times \mathfrak{B} \to \mathbb{R}$ durch

$$K(x,A) = \begin{cases} \varepsilon_0(A), & \text{falls } x \leq 0, \\ P_x(A), & \text{falls } x \in (0,1), \\ \varepsilon_1(A), & \text{falls } x \geq 1. \end{cases}$$

Dabei sind ε_0 und ε_1 die Einpunktverteilung an 0 bzw. 1. Zeigen Sie, dass K ein Markoff-Kern von $(\mathbb{R}, \mathfrak{B})$ nach $(\mathbb{R}, \mathfrak{B})$ ist.

b) Sei $G: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $G(x,y) = x \cdot y$. Bestimmen Sie

$$\int G \, dQ \otimes K.$$

Abgabe bis Dienstag, den 31.01.2017, 8.30 Uhr in der Vorlesung.