

Übung Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik in den Ingenieurwissenschaften

Übung 8

“Motivation” Aufgabe 1

Anhand von Daten soll eine Aussage über die voraussichtliche Verteilung zukünftiger Daten gemacht werden, z.B. die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass Beobachtungen eine bestimmte Grenze G nicht überschreiten, d.h.

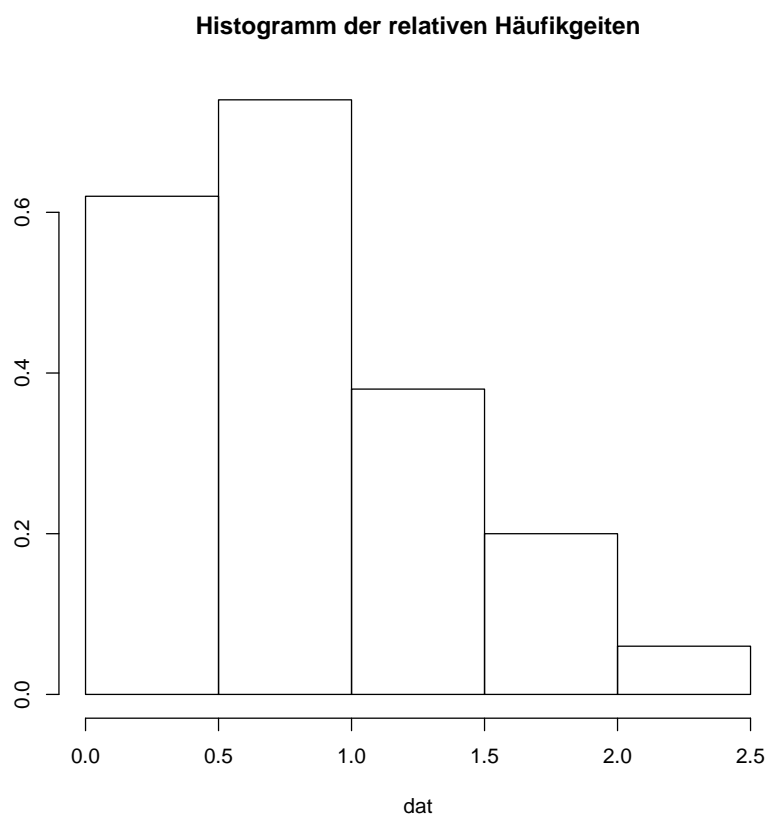
$$P(X \leq G).$$

Kennen wir die Verteilungsfunktion F von X , dann kennen wir $P(X \leq G) = F(G)$. Ziel: Bestimme F .

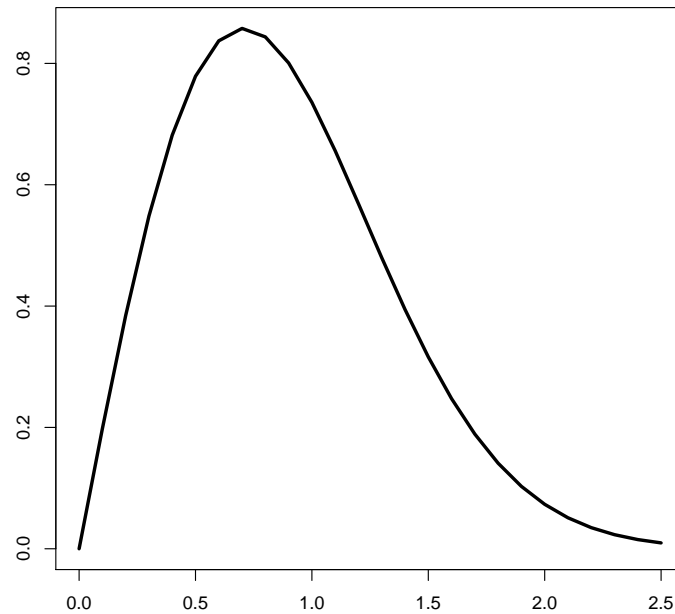
Bsp: Lebensdauer von Bauteilen:

1.10	1.48	1.67	1.76	0.03	0.42	1.67	0.56	1.88	0.13
0.44	0.13	0.09	1.23	0.77	0.42	0.38	0.40	0.90	0.88
0.79	2.23	0.87	1.22	0.97	1.05	0.52	1.05	0.44	0.85
0.91	0.85	1.49	0.71	2.49	1.64	0.18	1.33	1.03	1.14
0.08	0.46	0.99	0.77	0.33	0.66	0.35	0.72	1.37	0.50
0.63	0.21	0.75	1.16	1.04	0.22	0.72	0.42	1.13	0.29
1.18	1.06	0.21	0.87	0.51	0.25	0.57	1.36	0.11	0.88
1.23	0.89	0.60	1.60	0.90	0.75	0.98	0.88	0.29	1.59
0.84	0.90	1.77	1.35	0.33	1.53	0.36	0.87	0.29	1.76
0.43	0.47	0.32	0.55	0.59	0.67	0.43	0.97	2.50	0.69

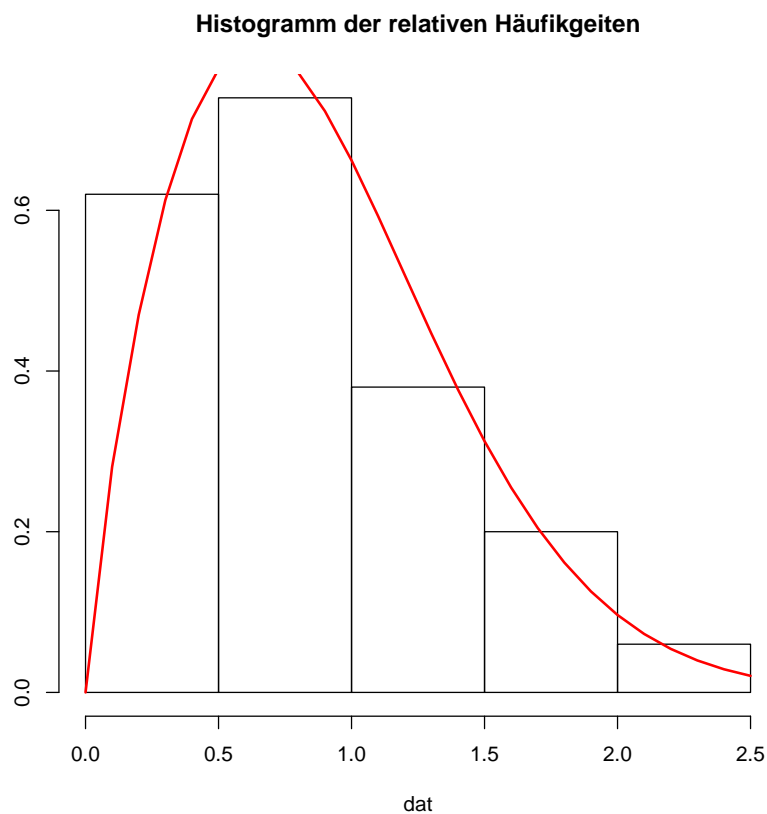
Plotte das zugehörige Histogramm:



Wähle anhand des Histogramms passende Verteilungsklasse.
Hier: Histogramm ist nicht symmetrisch, also keine Normalverteilung anzunehmen, aber z.B. Weibull-Verteilung, da die Dichte für $\alpha > 1$ ca. folgenden Verlauf hat:



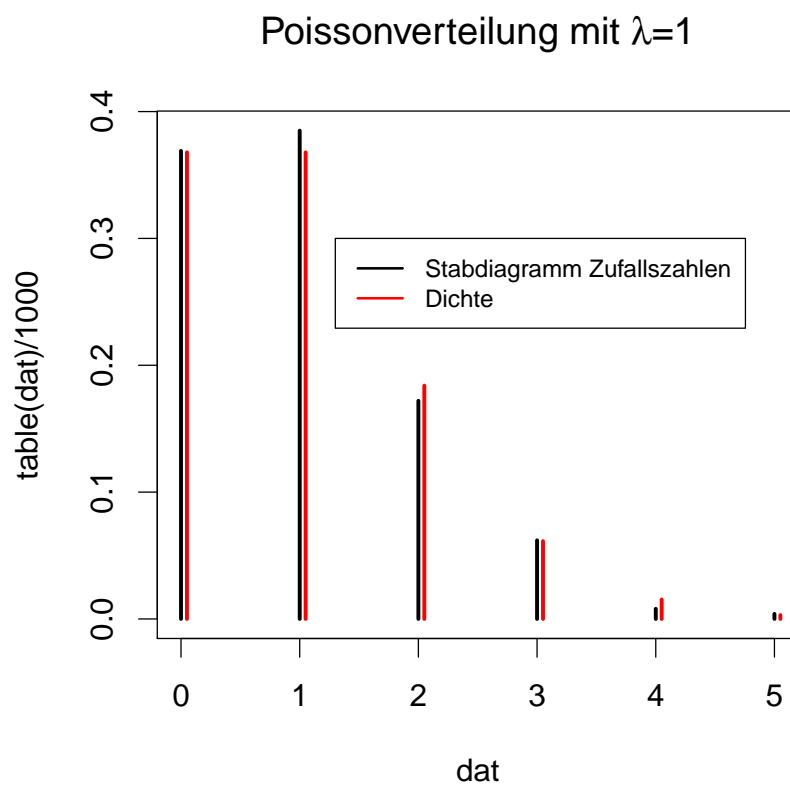
Histogramm mit Dichte der Weibull-Verteilung mit $\alpha = 1.8$, $\beta = 1$:



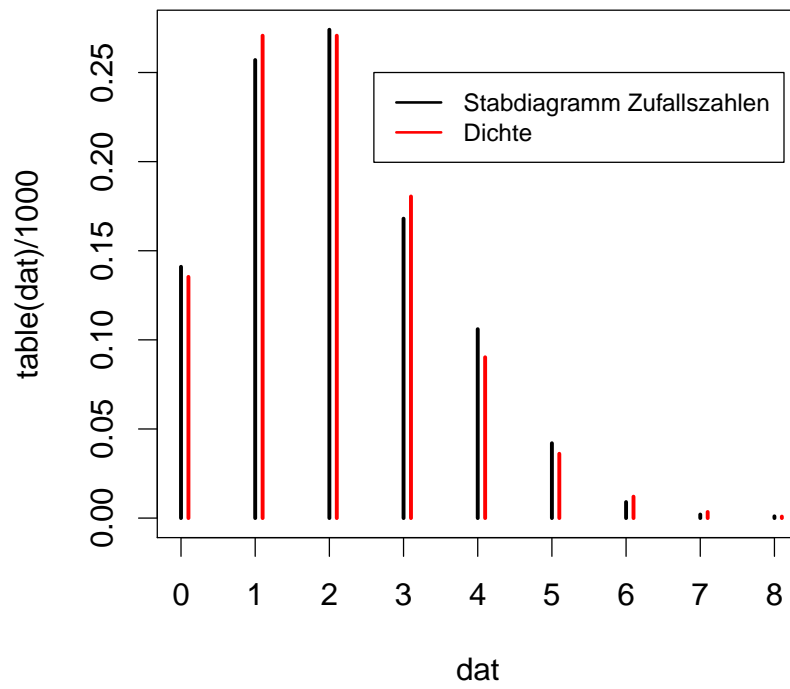
Poisson-Verteilung

Dichte: $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ für $k = 0, 1, 2, \dots$

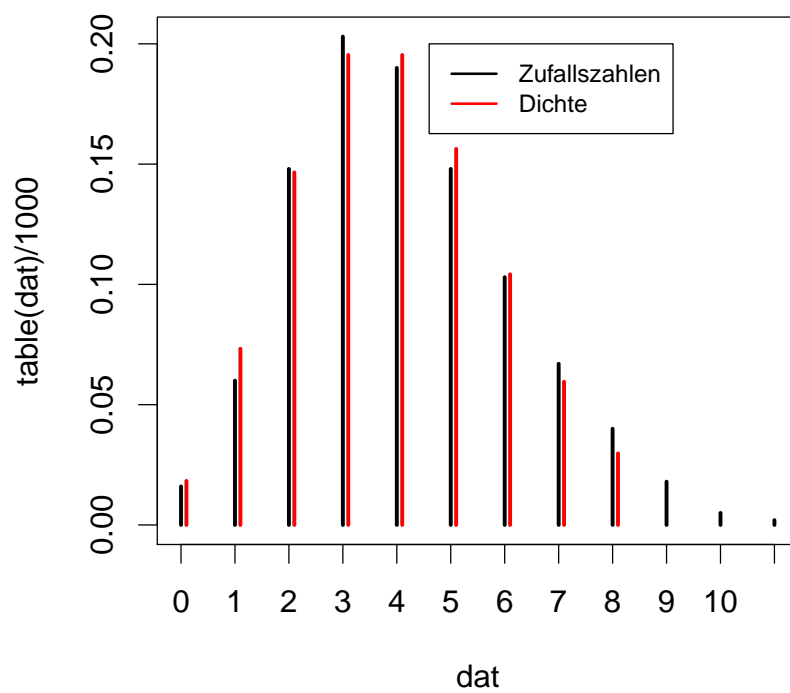
erzeuge Zufallszahlen	Dichtefunktion an der Stelle x
<code>rpois(10000,lambda=1)</code>	<code>dpois(x,lambda=1)</code>



Poissonverteilung mit $\lambda=2$



Poissonverteilung mit $\lambda=4$

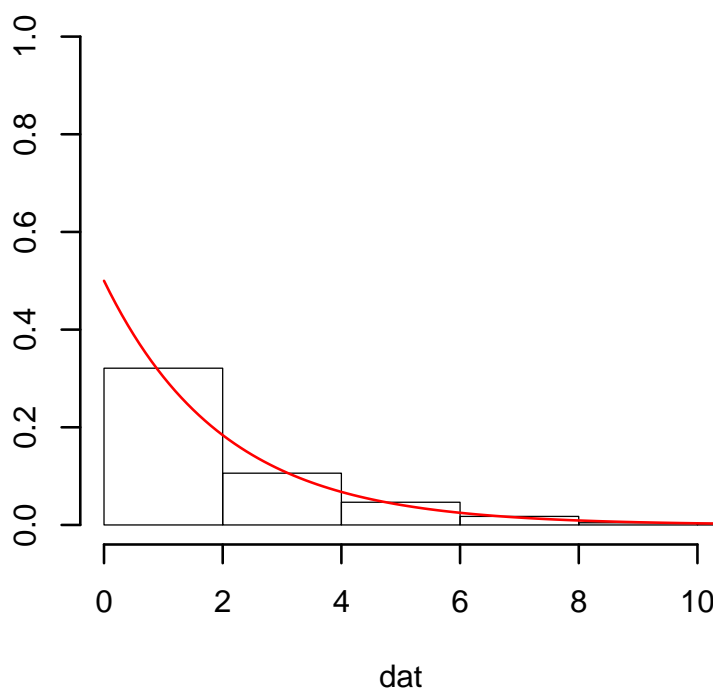


Exponential-Verteilung

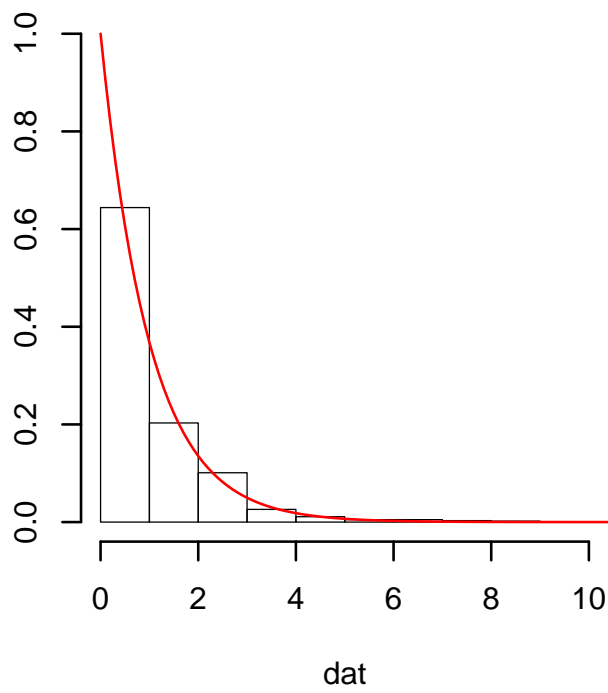
Dichte: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ für $x \geq 0$, sonst $f(x) = 0$

erzeuge Zufallszahlen	Dichtefunktion an der Stelle x
<code>rexp(10000,lambda=1)</code>	<code>dexp(x,lambda=1)</code>

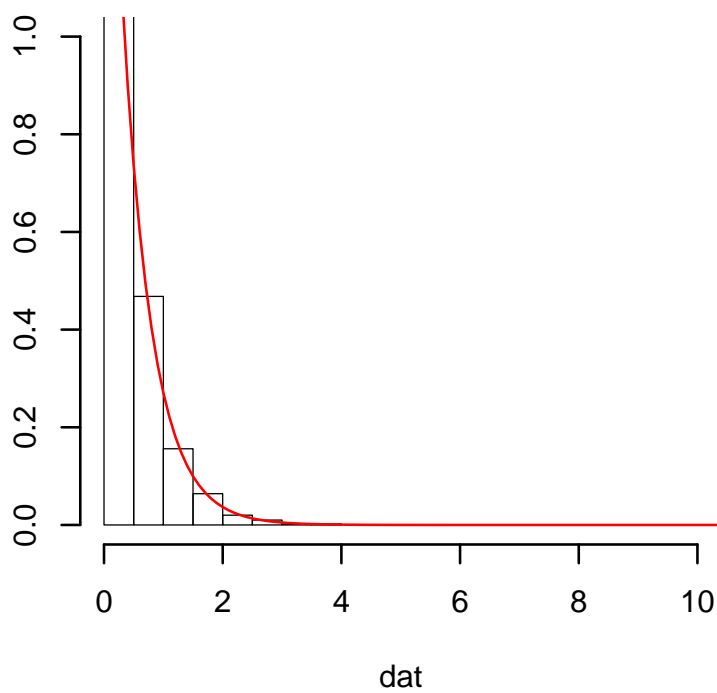
Exponentialverteilung mit $\lambda=1/2$



Exponentialverteilung mit $\lambda=1$



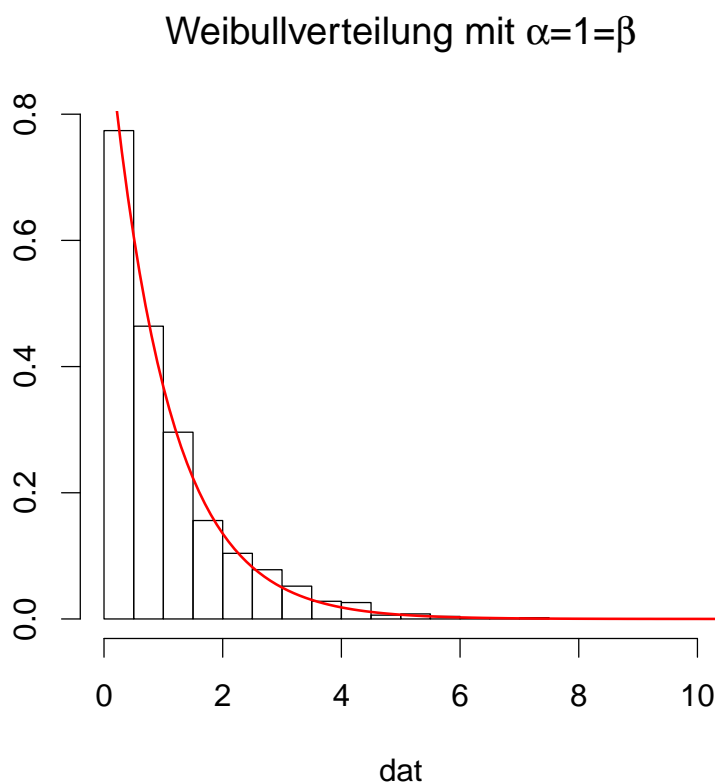
Exponentialverteilung mit $\lambda=2$



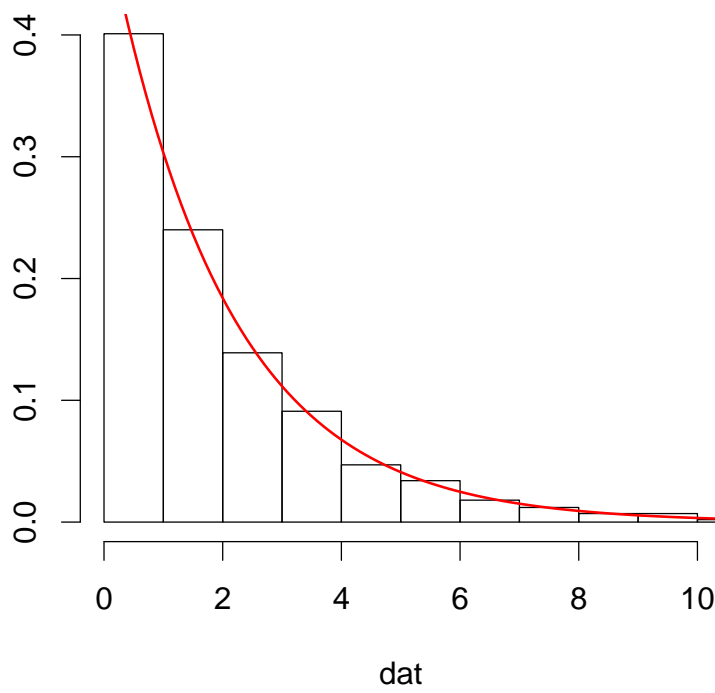
Weibull-Verteilung

Dichte: $f(x) = \alpha\beta^{-\alpha}x^{\alpha-1}e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}$ für $x \geq 0$, sonst $f(x) = 0$
 α =shape (Formparameter), β =scale (Skalenparameter)

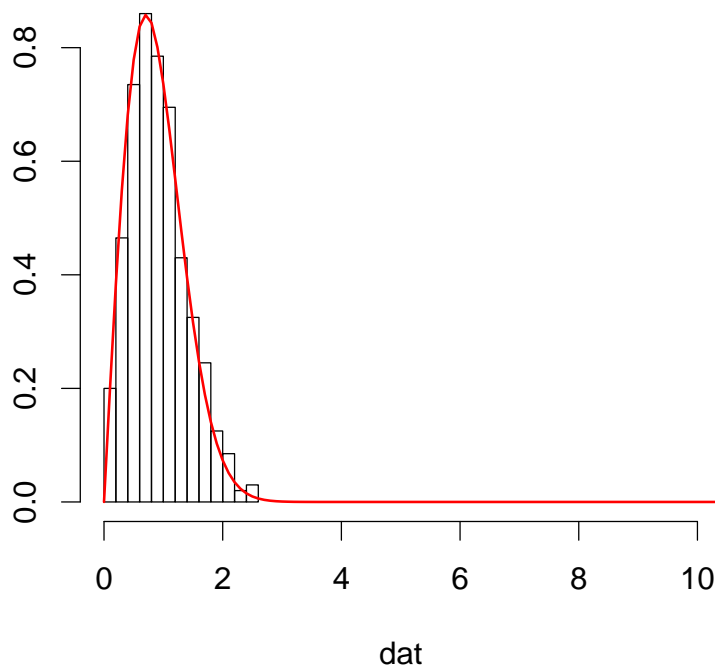
erzeuge Zufallszahlen	Dichtefunktion an der Stelle x
<code>rweibull(10000,shape=1,scale=1)</code>	<code>dweibull(x,shape=1,scale=1)</code>



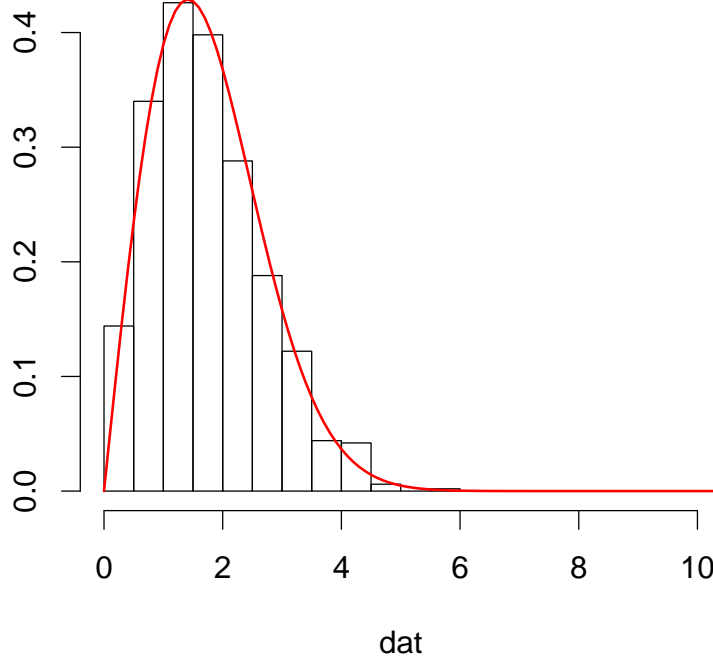
Weibullverteilung mit $\alpha=1$, $\beta=2$



Weibullverteilung mit $\alpha=2$, $\beta=1$



Weibullverteilung mit $\alpha=2$, $\beta=2$

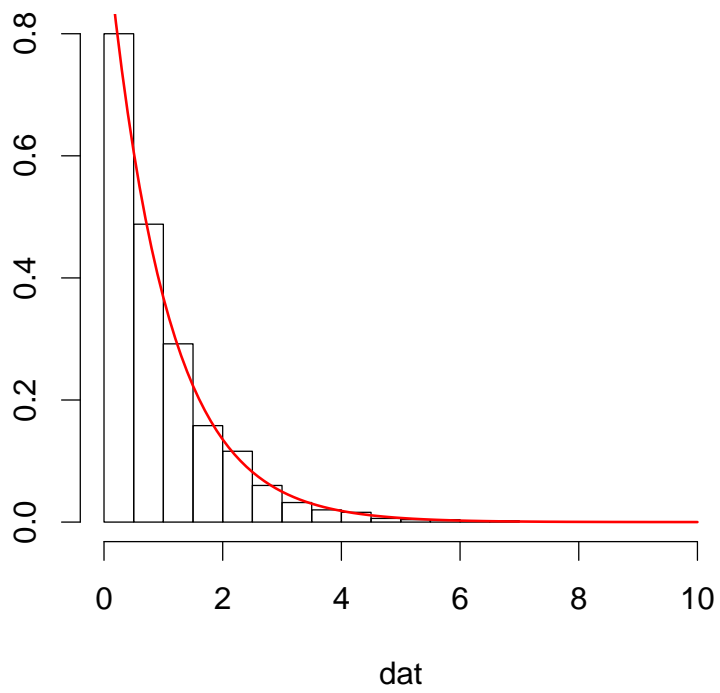


Gamma-Verteilung

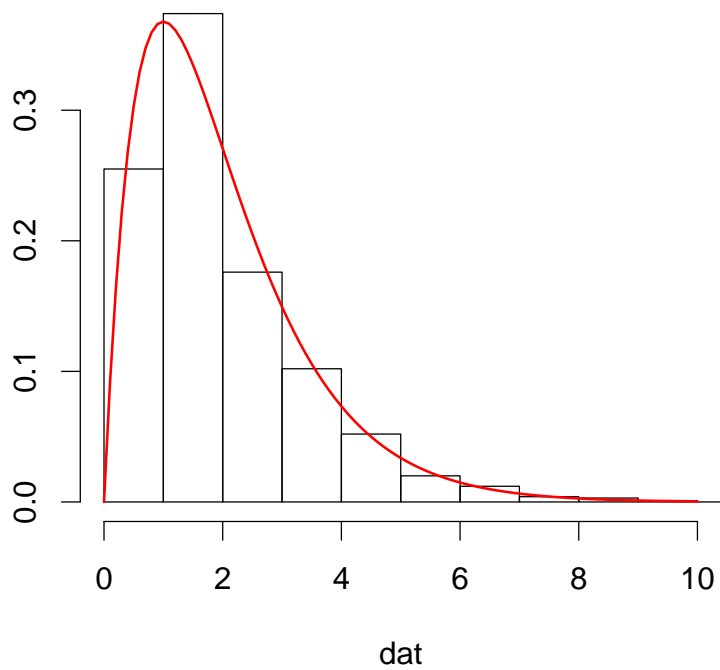
Dichte: $f(x) = \frac{\alpha^\beta}{\Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-\alpha x}$ für $x \geq 0$, sonst $f(x) = 0$ $\beta=\text{shape}$,
 $\alpha=\text{rate}$, bzw. $\frac{1}{\alpha}=\text{scale}$

erzeuge Zufallszahlen	Dichtefunktion an der Stelle x
<code>rgamma(10000,shape=1,scale=1)</code>	<code>dgamma(x,shape=1,scale =1)</code>

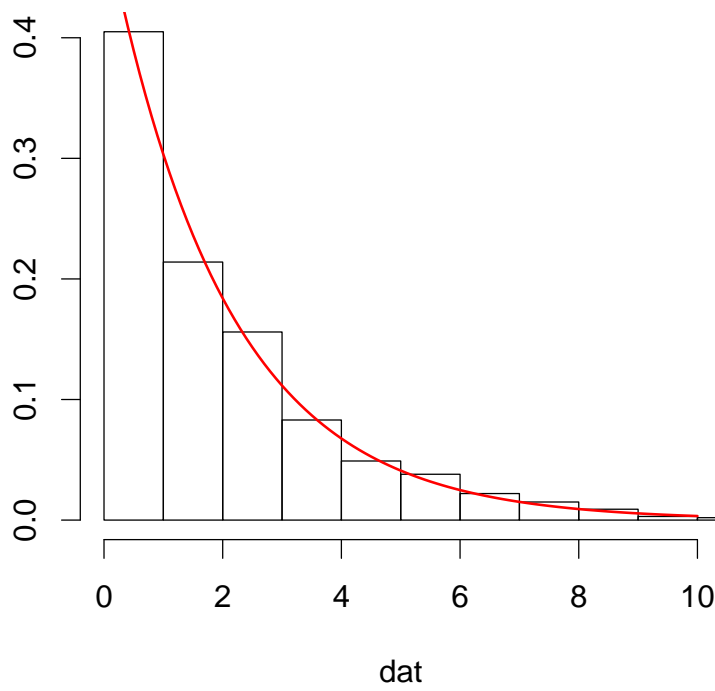
Gamma-Verteilung mit $\alpha=1$, $\beta=1$



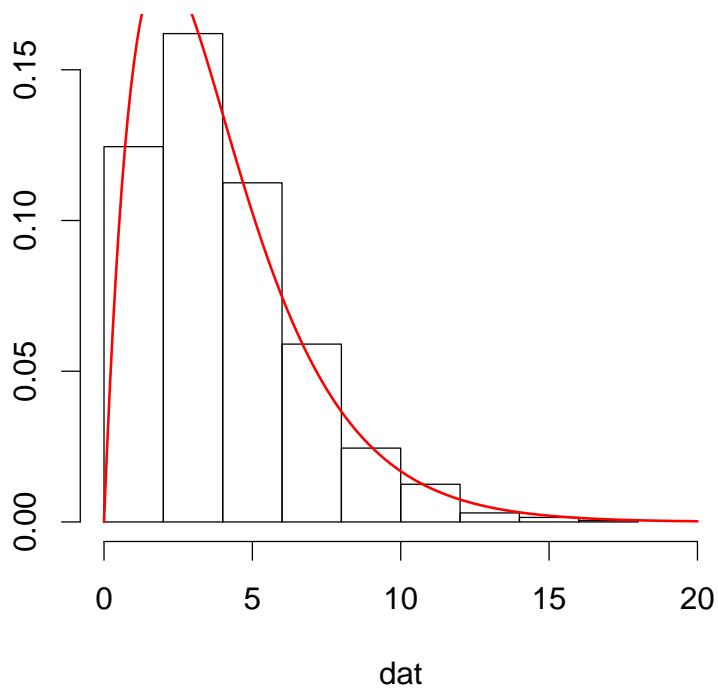
Gamma-Verteilung mit $\alpha=1$, $\beta=2$



Gamma-Verteilung mit $\alpha=1$, $\beta=2$



Gamma-Verteilung mit $\alpha=2$, $\beta=2$

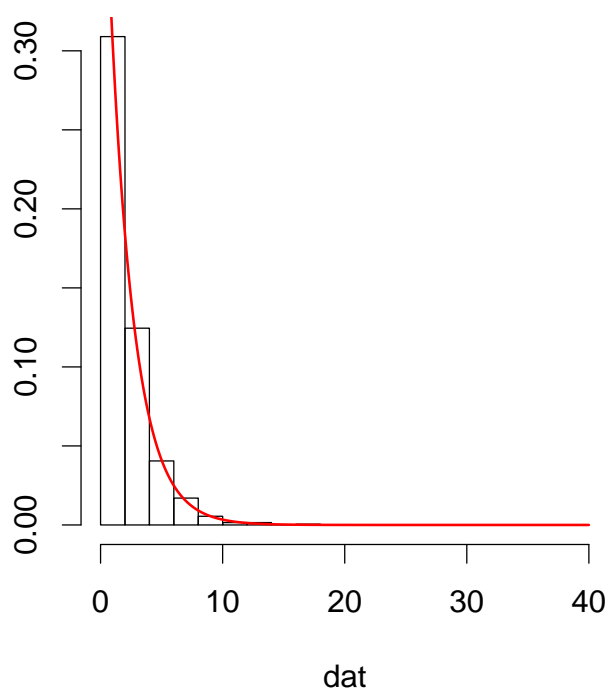


χ^2 -Verteilung

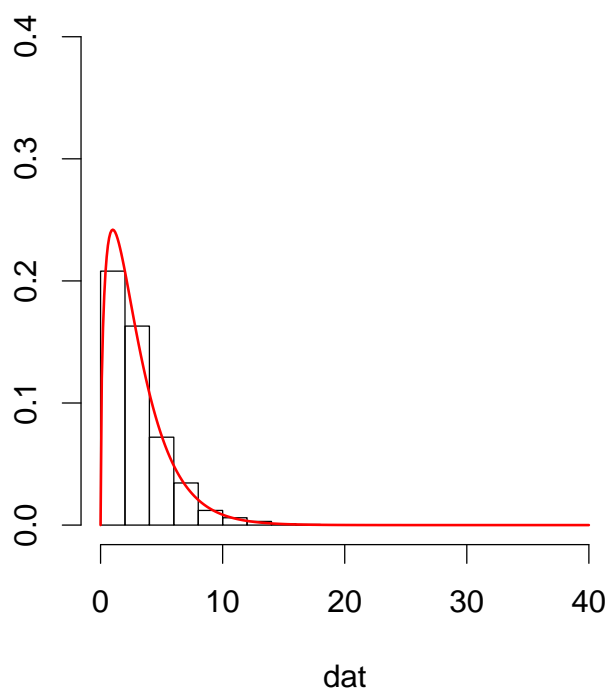
Dichte: $f(x) = \frac{1}{2^{f/2}\Gamma(f/2)} x^{f/2-1} e^{-x/2}$ für $x \geq 0$, sonst $f(x) = 0$
 $f = df$ Freiheitsgrade

erzeuge Zufallszahlen	Dichtefunktion an der Stelle x
<code>rchisq(10000,df=1)</code>	<code>dchisq(x,df =1)</code>

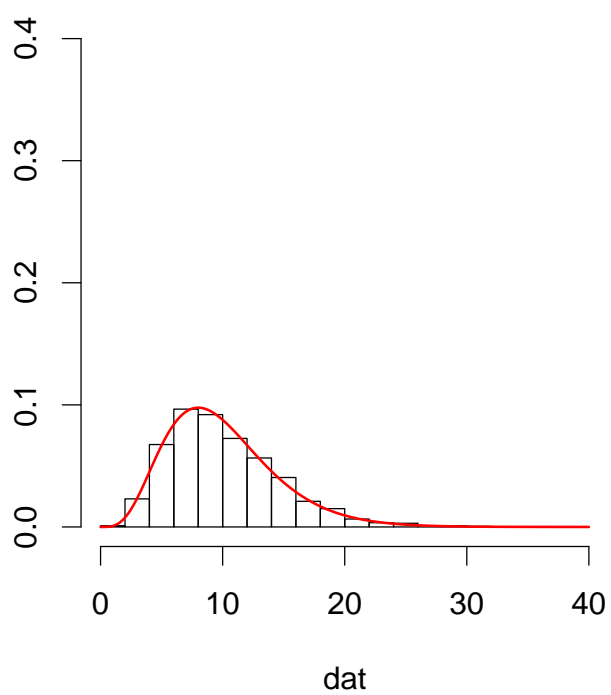
χ^2 -Verteilung mit 2 Freiheitsgraden



χ^2 -Verteilung mit 3 Freiheitsgraden



χ^2 -Verteilung mit 10 Freiheitsgraden

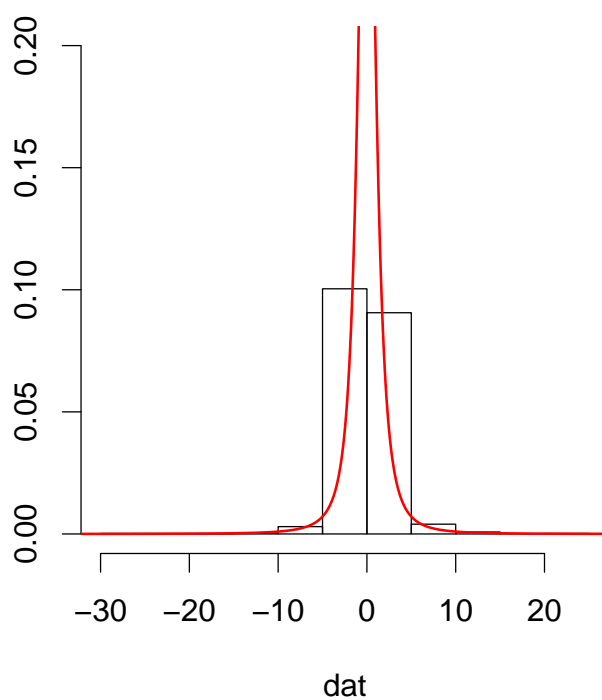


t-Verteilung

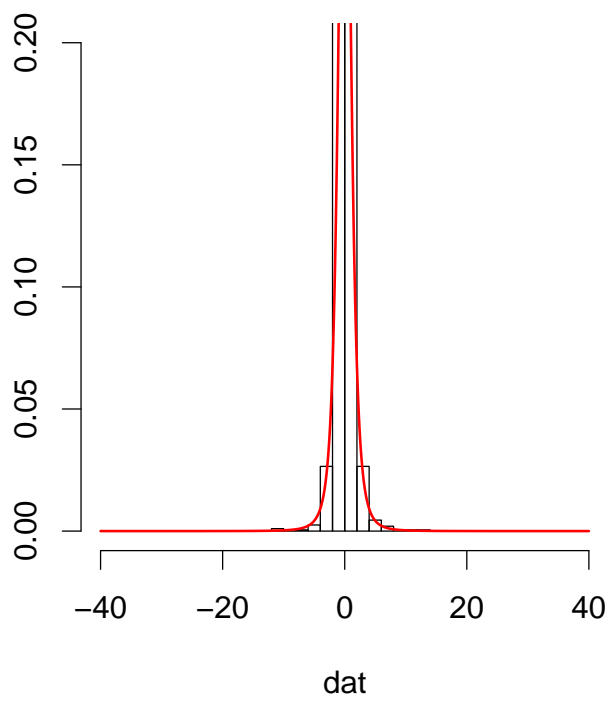
Dichte: $f(x) = \frac{\Gamma((f+1)/2)}{\sqrt{f\pi}\Gamma(f/2)}(1 + x^2/f)^{-(f+1)/2}$ für $x \in \mathbb{R}$ $f = df$
Freiheitsgrade

erzeuge Zufallszahlen	Dichtefunktion an der Stelle x
rt(10000,df=1)	dt(x,df =1)

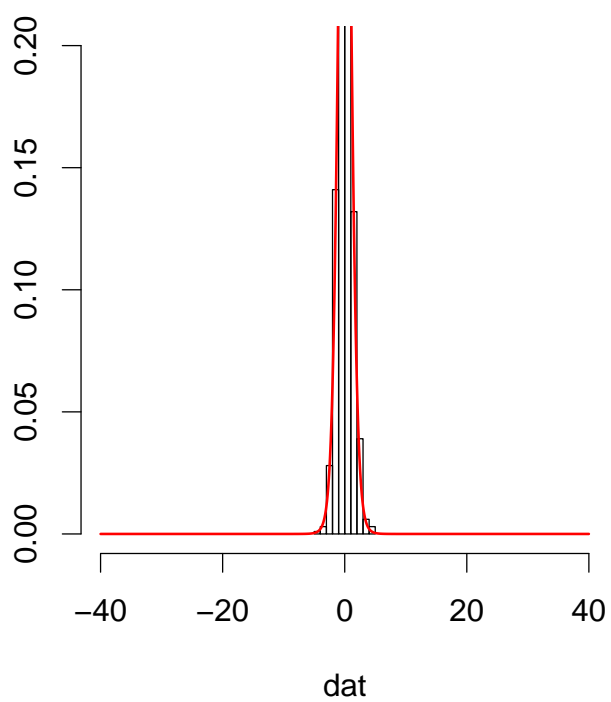
t-Verteilung mit 2 Freiheitsgraden



t-Verteilung mit 3 Freiheitsgraden

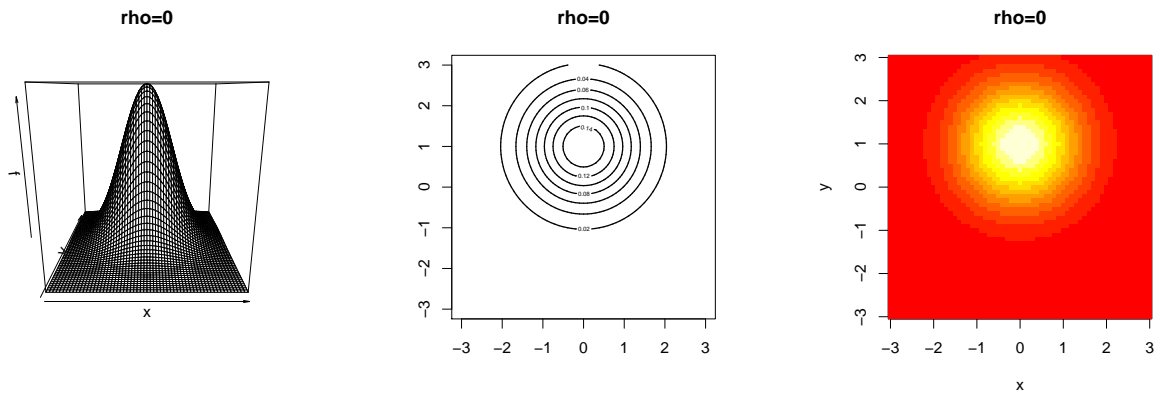


t-Verteilung mit 10 Freiheitsgraden



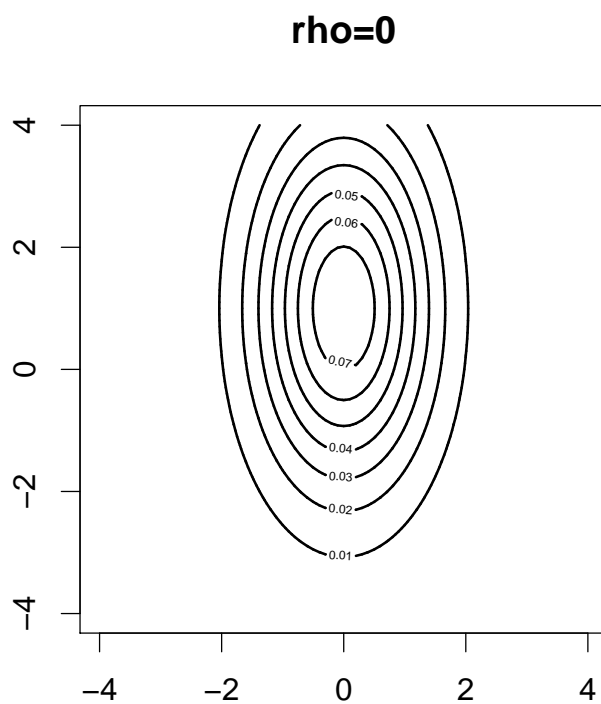
Aufgabe 2- 2-dimensionale Normalverteilung

$$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \rho = 0$$



Aufgabe 2- 2-dimensionale Normalverteilung

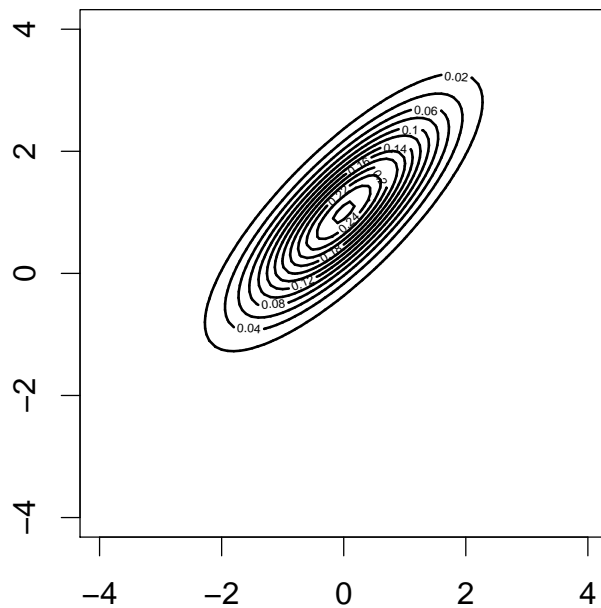
$$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1, \sigma_1 = 1, \underline{\sigma_2 = 2}, \rho = 0$$



Aufgabe 2- 2-dimensionale Normalverteilung

$$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1, \sigma_1 = 1, \underline{\sigma_2 = 1}, \underline{\rho = 0.8}$$

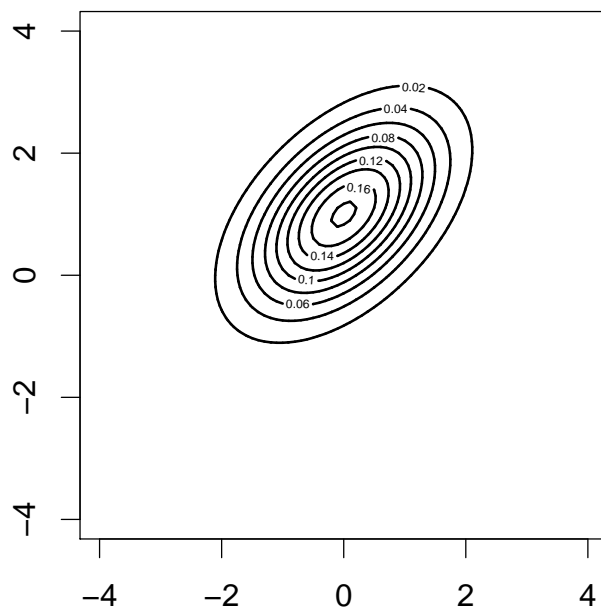
rho=0.8



Aufgabe 2- 2-dimensionale Normalverteilung

$$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \underline{\rho = 0.5}$$

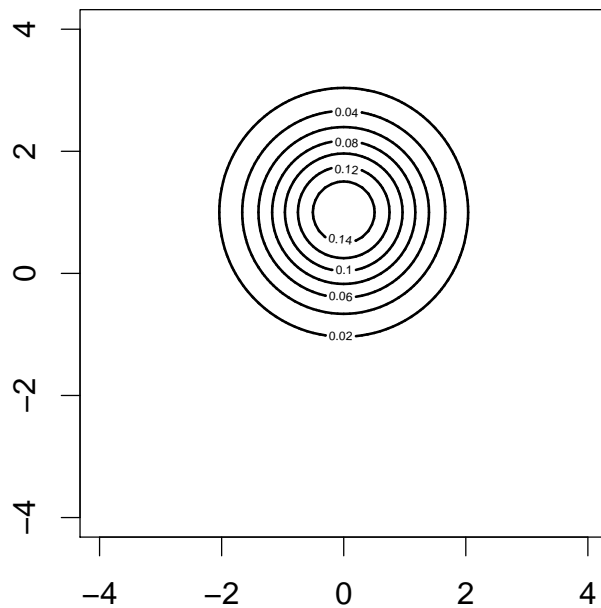
rho=0.5



Aufgabe 2- 2-dimensionale Normalverteilung

$$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \underline{\rho = 0}$$

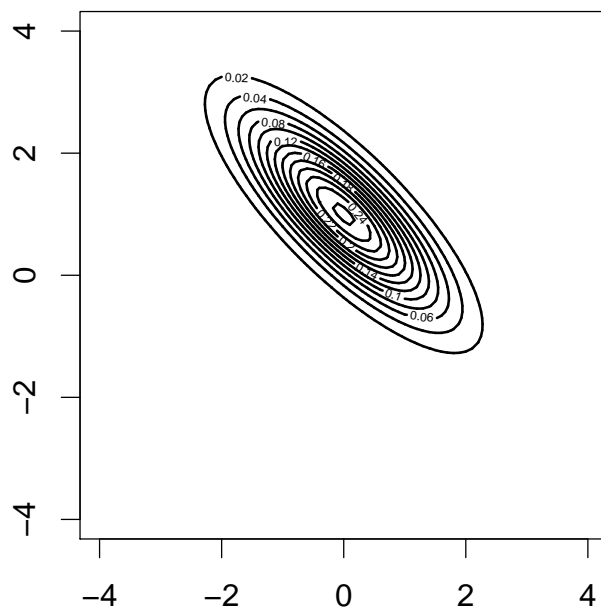
rho=0



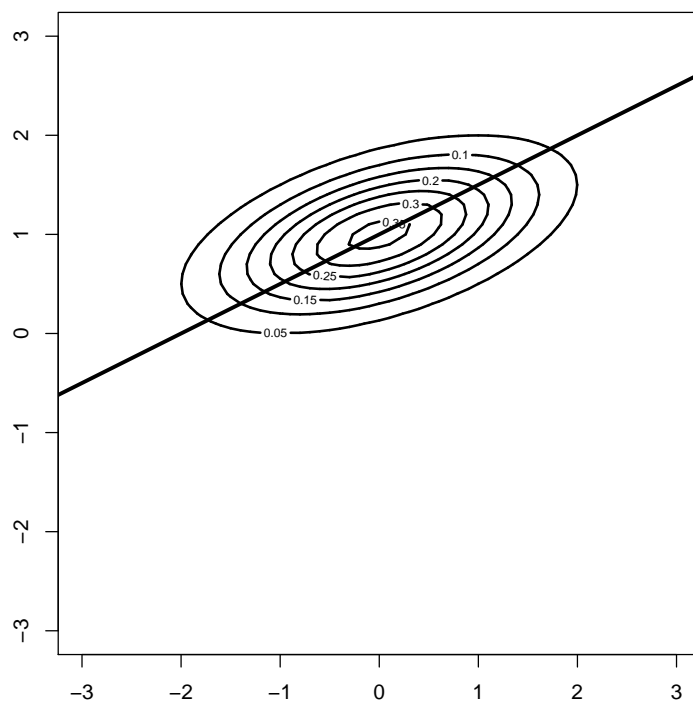
Aufgabe 2- 2-dimensionale Normalverteilung

$$\mu_1 = 0, \mu_2 = 1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1, \underline{\rho = -0.8}$$

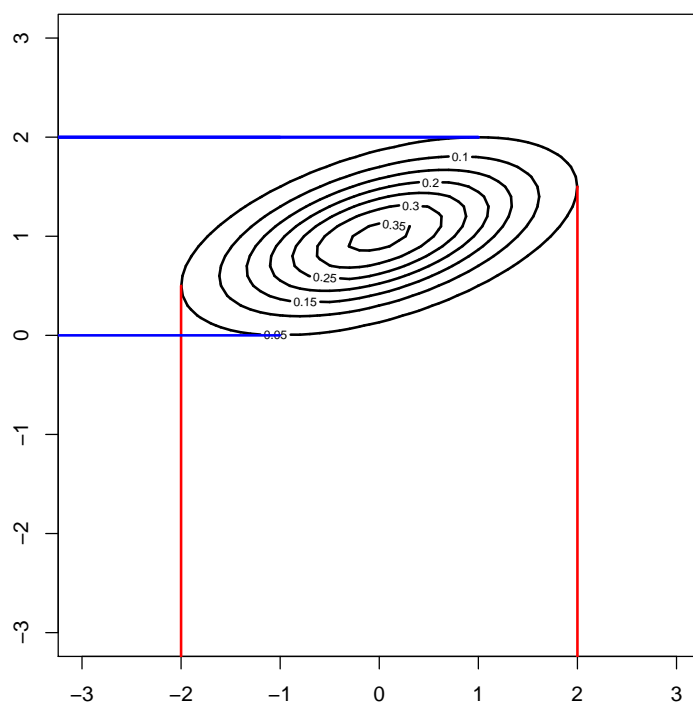
rho=-0.8



Aufgabe 4



Aufgabe 4



Aufgabe 4

