

Übung Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik in den Ingenieurwissenschaften Übung 12

zusätzliche Fragestunde

Mittwoch, 17.2.2010, 14.00-15.00 und 15.00-16.00 Uhr
Raum M/748

Bitte mit Anmeldung über denecke@statistik.tu-dortmund.de!

ÜB 12 - Aufgabe 1

Testproblem: $H_0 : \mu \geq 310$ gegen $H_1 : \mu < 310$

Betrachten wieder den Datensatz BLECH.DAT:

```
> BLECH  
[1] 346 363 360 318 346 268 299  
287 310 349 333 365 281 265 344
```

Frage: Wird im Mittel ein Wert kleiner als 310 angenommen?

Testproblem: $H_0 : \mu \geq 310$ gegen $H_1 : \mu < 310$

Teststatistik: $T(x) = \sqrt{15} \frac{310 - \bar{x}}{s(x)}$

$$\begin{aligned} P_{H_0} \left(\sqrt{15} \frac{310 - \bar{X}}{s(X)} > T(x) \right) &= P_{H_0} \left(\sqrt{15} \frac{-(310 - \bar{X})}{s(X)} < -T(x) \right) \\ &= P_{H_0} \left(\sqrt{15} \frac{\bar{X} - 310}{s(X)} < -T(x) \right) \\ &= F_{t_{14}}(-T(x)) \end{aligned}$$

Testproblem: $H_0 : \mu \geq 310$ gegen $H_1 : \mu < 310$

```
> TS<-sqrt(15)*(310-mean(BLECH))/sd(BLECH)
> TS
[1] -1.354669
> pt(-TS,df=14)
[1] 0.9015088
```

Testproblem: $H_0 : \mu \geq 310$ gegen $H_1 : \mu < 310$

```
> TS<-sqrt(15)*(310-mean(BLECH))/sd(BLECH)
> TS
[1] -1.354669
> pt(-TS,df=14)
[1] 0.9015088

> t.test(BLECH,alternative="less",mu=310)$p.value
[1] 0.9015088
```

Testproblem: $H_0 : \mu \geq 310$ gegen $H_1 : \mu < 310$

```
> TS<-sqrt(15)*(310-mean(BLECH))/sd(BLECH)
```

```
> TS
```

```
[1] -1.354669
```

```
> qt(1-0.05,df=14)
```

```
[1] 1.76131
```

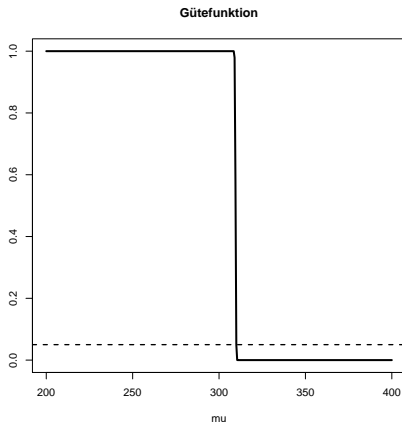
```
> TS>qt(1-0.05,df=14)
```

```
[1] FALSE
```


Testproblem: $H_0 : \mu \geq 310$ gegen $H_1 : \mu < 310$

Gütefunktion

$$\gamma(\mu) = P_{\mu}(\text{Entscheidung für } H_1) = F_{t_{14}(\sqrt{N} \frac{\mu - 310}{\sigma})}(-t_{14, 1-0.05})$$



ÜB 12 - Aufgabe 2

Testproblem: $H_0 : \sigma = 30$ gegen $\sigma \neq 30$

(Nehmen weiterhin an, dass die Daten normalverteilt sind)

$$T(x) = (N - 1) \frac{s(x)}{\sigma_0} = (15 - 1) \cdot \frac{s(x)}{30},$$

lehne H_0 ab, falls $T(x) > \chi_{N-1; 1-\frac{\alpha}{2}}^2$ oder $T(x) < \chi_{N-1; \frac{\alpha}{2}}^2$.

Testproblem: $H_0 : \sigma = 30$ gegen $\sigma \neq 30$

```
> TS_var<-(15-1)*sd(BLECH)/30
> TS_var
[1] 16.36613
> k1<-qchisq(0.975,df=14)
> k2<-qchisq(0.025,df=14)
> k1
[1] 26.11895
> k2
[1] 5.628726
> TS_var>k1
[1] FALSE
> TS_var<k2
[1] FALSE
```

Testproblem: $H_0 : \sigma \geq 30$ gegen $\sigma < 30$

Lehne H_0 ab, falls $\frac{s(x)}{30}$ zu klein, genauer:

$$T(x) = (N - 1) \frac{s(x)}{\sigma_0} = (15 - 1) \cdot \frac{s(x)}{30},$$

lehne H_0 ab, falls $T(x) < \chi_{N-1;\alpha}^2$.

Testproblem: $H_0 : \sigma \geq 30$ gegen $\sigma < 30$

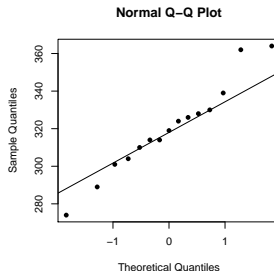
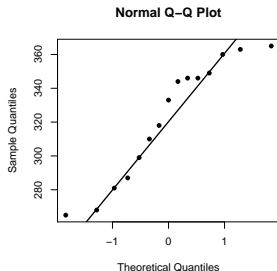
```
> TS_var<-(15-1)*sd(BLECH)/30  
> TS_var  
[1] 16.36613  
> k<-qchisq(0.05,df=14)  
> TS_var<k  
[1] FALSE
```

ÜB 13- Aufgabe 1

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

- > qqnorm(BLECH, pch=16)
- > qqline(BLECH, lwd=3)

- > qqnorm(BLECH2, pch=16)
- > qqline(BLECH2, lwd=2)



Shapiro-Wilk-Test

```
> shapiro.test(BLECH)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: BLECH

W = 0.9063, p-value = 0.1189

```
> shapiro.test(BLECH2)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: BLECH2

W = 0.9679, p-value = 0.8254

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

Zweiseitiger Varian-Test: Lehne $H_0 : \sigma_{BLECH1} = \sigma_{BLECH2}$ ab, falls $\frac{s(x)^2}{s(y)^2} > F_{N_1-1; N_2-1; 1 - \frac{\alpha}{2}}$ oder $\frac{s(x)^2}{s(y)^2} < F_{N_1-1; N_2-1; \frac{\alpha}{2}}$.

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

Zweiseitiger Varian-Test: Lehne $H_0 : \sigma_{BLECH1} = \sigma_{BLECH2}$ ab, falls $\frac{s(x)^2}{s(y)^2} > F_{N_1-1;N_2-1; 1 - \frac{\alpha}{2}}$ oder $\frac{s(x)^2}{s(y)^2} < F_{N_1-1;N_2-1; \frac{\alpha}{2}}$.

```
> var.test(BLECH,BLECH2)$p.value
[1] 0.1735977
> var.test(BLECH,BLECH2)$statistic
      F
2.114378
> qf(1-0.025,14,14)
[1] 2.978588
> qf(0.025,14,14)
[1] 0.3357296
```

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

- 2. Hypothese: $\mu_{BLECH1} = \mu_{BLECH2}$ gegen $\mu_{BLECH1} \neq \mu_{BLECH2}$

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

- 2. Hypothese: $\mu_{BLECH1} = \mu_{BLECH2}$ gegen $\mu_{BLECH1} \neq \mu_{BLECH2}$
- Varianzen können als gleich angenommen werden, und wir gehen von normalverteilten Daten aus

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

- 2. Hypothese: $\mu_{BLECH1} = \mu_{BLECH2}$ gegen $\mu_{BLECH1} \neq \mu_{BLECH2}$
- Varianzen können als gleich angenommen werden, und wir gehen von normalverteilten Daten aus
- benutze 2-seitigen t-Test für zwei Stichproben

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

- 2. Hypothese: $\mu_{BLECH1} = \mu_{BLECH2}$ gegen $\mu_{BLECH1} \neq \mu_{BLECH2}$
- Varianzen können als gleich angenommen werden, und wir gehen von normalverteilten Daten aus
- benutze 2-seitigen t-Test für zwei Stichproben
- Lehne H_0 ab, falls $\sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{s_{12}(x,y)}} > t_{N_1+N_2-2; 1-\frac{\alpha}{2}}$

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

```
> t.test(BLECH,BLECH2,var.equal=T)$p.value  
[1] 0.8287128  
> t.test(BLECH,BLECH2,var.equal=T)$statistic  
      t  
0.2183853  
> qt(1-0.025,df=15+15-2)  
[1] 2.048407
```


Vergleich von BLECH1 und BLECH2

```
> t.test(BLECH,BLECH2,var.equal=F)$p.value  
[1] 0.8289144  
> t.test(BLECH,BLECH2,var.equal=F)$statistic  
      t  
0.2183853
```

Vergleich von BLECH1 und BLECH2

Alternativer Test für $H_0 : \mu_{BLECH1} = \mu_{BLECH2}$, der keine Normalverteilung braucht: Wilcoxon-Test

```
> wilcox.test(BLECH,BLECH2)
```

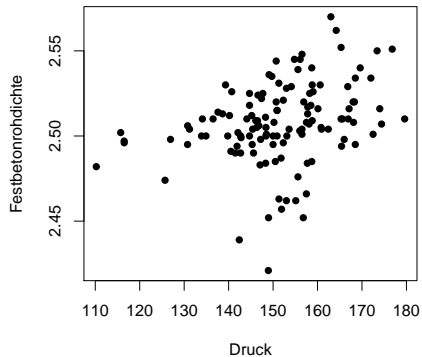
Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: BLECH and BLECH2

W = 121.5, p-value = 0.7243

alternative hypothesis: true location shift
is not equal to 0

ÜB 13- Aufgabe 2



Druckfestigkeit

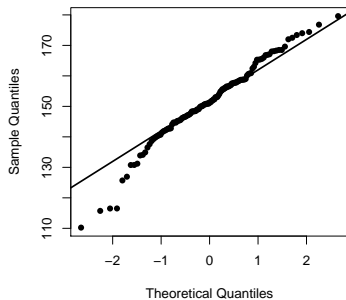
Überprüfe Normalverteilung für Druck und Festbetonrohdichte:

```
> qqnorm(beton$Druck,pch=16)
> qqline(beton$Druck,lwd=3)
> shapiro.test(beton$Druck)$p.value
[1] 0.01221
```

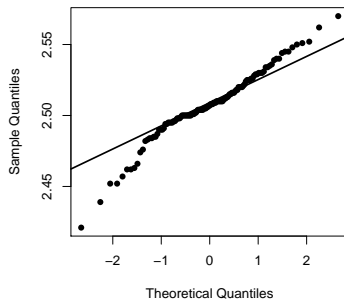
```
> qqnorm(beton$Festbetonrohdichte,pch=16)
> qqline(beton$Festbetonrohdichte,lwd=3)
> shapiro.test(beton$Festbetonrohdichte)$p.value
[1] 0.003074
```

Normalverteilung?

Normal Q-Q Plot



Normal Q-Q Plot



Test auf Zusammenhang

Benutze Korrelations-Test basierend auf
Rangkorrelationskoeffizienten

```
> cor.test(Festbetonrohddichte,Druck,method="spearman")
```

Spearman's rank correlation rho

```
data: beton$Festbetonrohddichte and beton$Druck  
S = 211725.2, p-value = 6.456e-05  
alternative hypothesis: true rho is not equal to 0  
sample estimates:  
rho  
0.3495386
```

Obwohl Voraussetzung nicht erfüllt, Test basierend auf Pearsons Korrelationskoeffizient:

```
> cor.test(Festbetonrohddichte,Druck,method="pearson")
```

Pearson's product-moment correlation

```
data: beton$Festbetonrohddichte and beton$Druck  
t = 3.5794, df = 123, p-value = 0.0004938  
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
95 percent confidence interval:  
 0.1390387 0.4580485  
sample estimates:  
      cor  
0.3071468
```