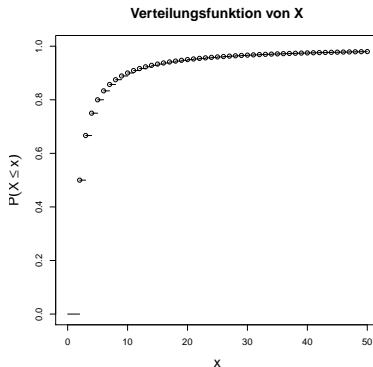
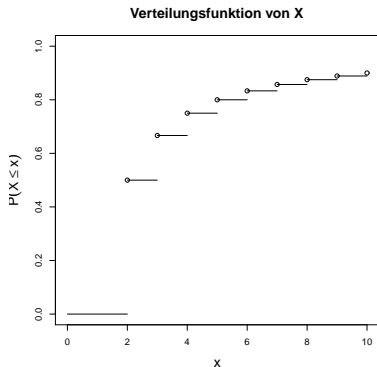


# W-Rechnung und Statistik für Ingenieure

## Übung 7

# Aufgabe 1 : Abbildung der Verteilung

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 1 - \frac{1}{k}, & k \leq x < k+1, k \in \mathbb{N}, k \neq 0, 1 \end{cases}$$



Zum

plotten kann man z.B. die Funktion `stepfun(...)` verwenden, die eine geeignete Treppenfunktion erstellt.

# Aufgabe 1 : Berechnung der Wahrscheinlichkeiten

Bei stetigen Verteilungen kann man mittels der Verteilungsfunktion die kumulierten Wahrscheinlichkeiten bestimmen.

$$\mathbb{P}(X < 2) = 0$$

$$\mathbb{P}(X \leq 2) = F(2) = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{P}(X \leq 3) = F(3) = \frac{2}{3}$$

$$\mathbb{P}(X > 3) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 3) = 1 - F(3) = \frac{1}{3}$$

$$\mathbb{P}(2 < X \leq 3) = \mathbb{P}(X \leq 3) - \mathbb{P}(X \leq 2) = F(3) - F(2) = \frac{1}{6}$$

$$\mathbb{P}(X \notin (2, 3]) = 1 - \mathbb{P}(X \in (2, 3]) \stackrel{\text{s.o.}}{=} \frac{5}{6}$$

$$\mathbb{P}(2 < X < 3) = 0$$

$$\mathbb{P}(X \in [2, 3]) = 1 - \mathbb{P}(X \in [2, 3]^C) = 1 - [\mathbb{P}(X < 2) + \mathbb{P}(X > 3)] = \frac{2}{3}$$

## Aufgabe 2 : Würfelwurf

Um diskret gleichverteilte Zahlen zu erzeugen muss man in R auf die stetige Gleichverteilung zurückgreifen. Diese zieht aus einem vorgegeben Intervall  $[a, b]$  Zufallszahlen gemäß der Dichte einer stetigen Gleichverteilung.

Umsetzung für Würfel:

- Ziehe  $N$  gleichverteilte Werte aus dem Intervall  $(0, 1)$

## Aufgabe 2 : Würfelwurf

Um diskret gleichverteilte Zahlen zu erzeugen muss man in R auf die stetige Gleichverteilung zurückgreifen. Diese zieht aus einem vorgegeben Intervall  $[a, b]$  Zufallszahlen gemäß der Dichte einer stetigen Gleichverteilung.

Umsetzung für Würfel:

- Ziehe  $N$  gleichverteilte Werte aus dem Intervall  $(0, 1)$
- R erzeugt die Extremwerte 0 und 1 in den Ziehungen nicht

## Aufgabe 2 : Würfelwurf

Um diskret gleichverteilte Zahlen zu erzeugen muss man in R auf die stetige Gleichverteilung zurückgreifen. Diese zieht aus einem vorgegeben Intervall  $[a, b]$  Zufallszahlen gemäß der Dichte einer stetigen Gleichverteilung.

Umsetzung für Würfel:

- Ziehe  $N$  gleichverteilte Werte aus dem Intervall  $(0, 1)$
- R erzeugt die Extremwerte 0 und 1 in den Ziehungen nicht
- Teile das Intervall in 6 gleich große Abschnitte ein

## Aufgabe 2 : Würfelwurf

Um diskret gleichverteilte Zahlen zu erzeugen muss man in R auf die stetige Gleichverteilung zurückgreifen. Diese zieht aus einem vorgegeben Intervall  $[a, b]$  Zufallszahlen gemäß der Dichte einer stetigen Gleichverteilung.

Umsetzung für Würfel:

- Ziehe  $N$  gleichverteilte Werte aus dem Intervall  $(0, 1)$
- R erzeugt die Extremwerte 0 und 1 in den Ziehungen nicht
- Teile das Intervall in 6 gleich große Abschnitte ein
- Weise Werten in  $(0, \frac{1}{6}]$  die 6 zu, Werten in  $(\frac{1}{6}, \frac{2}{6}]$  die 5, usw.

## Aufgabe 2 : Würfelwurf

Um diskret gleichverteilte Zahlen zu erzeugen muss man in R auf die stetige Gleichverteilung zurückgreifen. Diese zieht aus einem vorgegeben Intervall  $[a, b]$  Zufallszahlen gemäß der Dichte einer stetigen Gleichverteilung.

Umsetzung für Würfel:

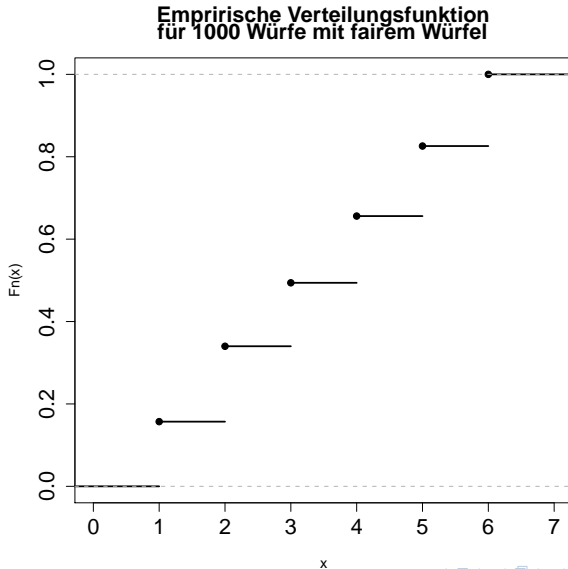
- Ziehe  $N$  gleichverteilte Werte aus dem Intervall  $(0, 1)$
- R erzeugt die Extremwerte 0 und 1 in den Ziehungen nicht
- Teile das Intervall in 6 gleich große Abschnitte ein
- Weise Werten in  $(0, \frac{1}{6}]$  die 6 zu, Werten in  $(\frac{1}{6}, \frac{2}{6}]$  die 5, usw.
- Erhalte somit die Folge der zufälligen Augenzahlen



## Aufgabe 2 : Umsetzung in R

```
wuerfel<-function(N){  
  u<-runif(N)  
  u[u<=1/6]<-6  
  u[1/6<u & u<=2/6]<-5  
  u[2/6<u & u<=3/6]<-5  
  u[3/6<u & u<=4/6]<-5  
  u[4/6<u & u<=5/6]<-5  
  u[5/6<u & u<=6/6]<-5  
  list(Wuerfelergebnisse=u)  
}
```

## Aufgabe 2 : Plot der ECDF

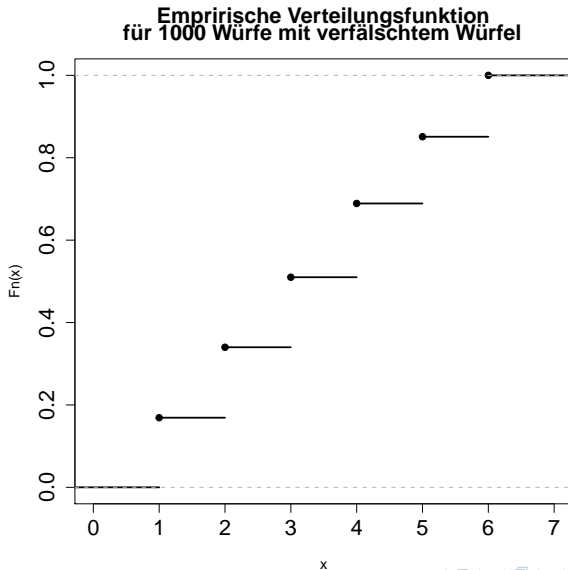


x

## Aufgabe 2 : Veränderter Würfel

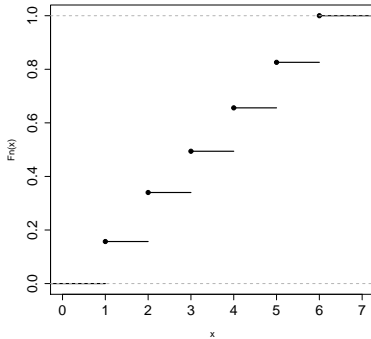
```
wuerfel<-function(N){  
  u<-runif(N)  
  u[u<=1/7]<-6  
  u[1/7<u & u<=11/35]<-5  
  u[11/35<u & u<=17/35]<-5  
  u[17/35<u & u<=23/35]<-5  
  u[23/35<u & u<=29/35]<-5  
  u[29/35<u & u<=35/35]<-5  
  list(Wuerfelergebnisse=u)  
}
```

## Aufgabe 2 : Plot der ECDF



# Aufgabe 2 : Vergleich der ECDF

Empirische Verteilungsfunktion  
für 1000 Würfe mit fairem Würfel



Empirische Verteilungsfunktion  
für 1000 Würfe mit verfälschtem Würfel

