technische universität dortmund

fakultät statistik

Prof. Dr. Ch. H. Müller
M.Sc. M. Jakubzik

Wintersemester 19/20

8. Oktober 2019

Statistik der Zuverlässigkeit & Materialermüdung

1. Übungsblatt

Abgabe: 14. Oktober 2019, 10:00 Uhr, Briefkasten 123

Aufgabe 1 (Risswachstum & Drahtbrüche) *4 Punkte*

Die für diese Aufgabe benötigten Datensätze finden Sie auf der Website der Veranstaltung *Statistik der Zuverlässigkeit & Materialermüdung*, siehe dazu:

`http://www.statistik.tu-dortmund.de/2215.html`

(a) Betrachten Sie den Datensatz `failure_times_tension_wires.RData` aus Beispiel 1.0.1 der Vorlesung. Erstellen Sie einen Plot der Wartezeiten zwischen den Sprüngen der Risswachstumskurven (`t_jm`) in Abhängigkeit des Belastungsniveaus (`s`).
Auf welchen Zusammenhang kann anhand dieser Grafik geschlossen werden?

(b) In Beispiel 1.0.5 der Vorlesung wurde der Datensatz `alter_Spannstahl.txt` untersucht. Der Datensatz `neuer_Spannstahl_20141112.txt` enthält ähnliche Daten, die aus Experimenten mit neuem Spannstahl gewonnen wurden. Plotten Sie die Daten gemeinsam in eine Grafik.
Lässt sich ein Unterschied zwischen den Lebensdauern des alten und neuen Spannstahls erkennen?

Aufgabe 2 (Dichte & Hazardfunktion der Gamma-Verteilung) *6 Punkte*

Beweisen Sie Theorem 2.1.12 aus der Vorlesung, das heißt leiten Sie die Dichte $f(t)$ sowie die Hazardfunktion $h(t)$ aus der kumulierten Verteilungsfunktion

$$F(t) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^{\lambda t} s^{\beta-1} \mathrm{e}^{-s} \, \mathrm{d}s \,, \qquad \text{für } t \geq 0 \,,$$

der Gamma-Verteilung $\mathcal{G}(\lambda, \beta)$ mit Parametern $\lambda, \beta > 0$ her.
Plotten Sie die Hazardfunktion für verschiedene Werte der Parameter λ und β und interpretieren Sie ihre Bedeutung anhand dieser Grafik.

Hinweis:
Verwenden Sie in `R` zunächst die Funktionen `gamma()` und `integrate()`, um die Hazardfunktion zu implementieren. Überprüfen Sie anschließend, ob Ihre Implementierung funktioniert, indem Sie auf die Funktionen `pgamma()` und `dgamma()` zurückgreifen. Was fällt Ihnen auf?