

1. Übungsblatt

Abgabe: 8. April 2019, 12:00 Uhr, Briefkasten 123

Aufgabe 1 (Multiple Regression)

In einem multiplen Regressionsmodell gegeben durch

$$Y_n = \mu + \theta_1 \tau_{1n} + \theta_2 \tau_{2n} + Z_n = (1, \tau_{1n}, \tau_{2n}) \begin{pmatrix} \mu \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} + Z_n = x((\tau_{1n}, \tau_{2n}))^T \theta + Z_n$$

mit $x(t) = x((t_1, t_2)) = (1, t_1, t_2)^T$ und $\theta = (\mu, \theta_1, \theta_2)^T$ sind die beiden linearen Aspekte

$$\lambda_1(\theta) = \theta_1 \quad \text{und} \quad \lambda_2(\theta) = \theta_2$$

von Interesse. Betrachten Sie die folgenden Versuchspläne:

$$\begin{aligned} d_1 &= ((-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)), \\ d_2 &= ((-1, -1), (0, 0), (-1, 1), (1, 1)), \\ d_3 &= ((-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (-1, 2)). \end{aligned}$$

Bei welchem der Versuchspläne sind die Aspekte $\lambda_1(\theta)$ und/oder $\lambda_2(\theta)$ identifizierbar?

Aufgabe 2 (Quadratische Regression)

Betrachten Sie das quadratische Regressionsmodell gegeben durch

$$Y_n = \mu + \theta_1 t_n + \theta_2 t_n^2 + Z_n = (1, t_n, t_n^2) \begin{pmatrix} \mu \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} + Z_n = x(t_n)^T \theta + Z_n$$

mit $x(t) = (1, t, t^2)^T$ und $\theta = (\mu, \theta_1, \theta_2)^T$.

Von Interesse sind die beiden linearen Aspekte

$$\lambda_1(\theta) = \mu \quad \text{und} \quad \lambda_2(\theta) = \theta_2.$$

Zur Verfügung stehen die Versuchspläne

$$d_1 = (0, 0, 1, 1, 2, 2) \quad \text{und} \quad d_2 = (0, 0, 0, 2, 2, 2).$$

Bei welchem der Versuchspläne sind die Aspekte $\lambda_1(\theta)$ und/oder $\lambda_2(\theta)$ identifizierbar?