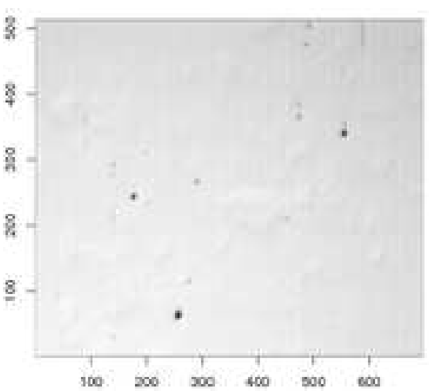
Christine Müller
Liesa Denecke

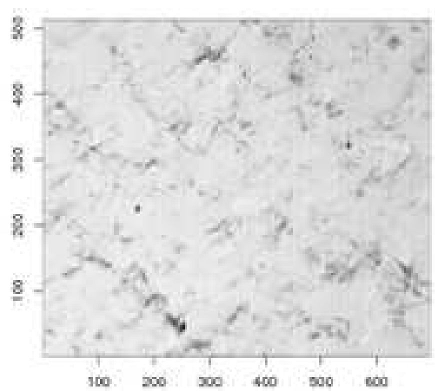
Technische Universität Dortmund
Sommersemester 2010
Fallstudien I

Projekt 6: Nichtlineare Regression am Beispiel von Risswachstum

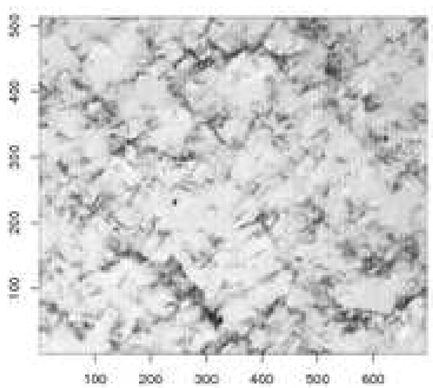
In einer Studie am Fachbereich Maschinenbau der Universität Kassel wurden kleine Stahlproben Tausenden von Lastwechseln ausgesetzt. Nach 0, 1.000, 2.000, 3.000, 4.000, 5.000, 6.000, 7.000, 8.000, 9.000, 10.000, 12.000, 14.000, 16.000, 18.000 Lastwechseln wurden mit einem Mikroskop Aufnahmen der Probenoberfläche aufgenommen. Dabei wurden pro Zeitpunkt 54 Bildausschnitte von der Probenoberfläche erfasst. Abbildung A zeigt einen Bildausschnitt zum Zeitpunkt 0, d.h. ganz am Anfang. Abbildung B zeigt den gleichen Bildausschnitt zum Zeitpunkt 5, d.h. nach 5.000 Lastwechseln, und Abbildung C den gleichen Bildausschnitt zum Zeitpunkt 18, d.h. nach 18.000 Lastwechseln.



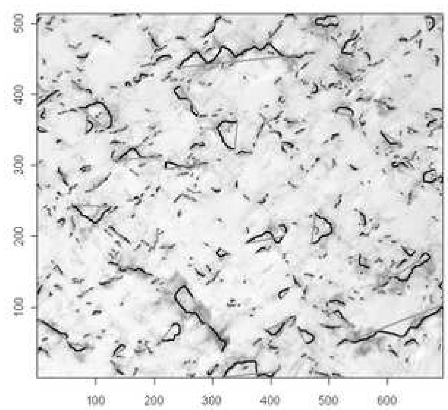
A



B



C



D

Mit einem Risserkennungsprogramm wurden Mikrorisse identifiziert. Zum Beispiel sind die identifizierten Risse für den Bildausschnitt in Abbildung C in Abbildung D zu sehen. Aus diesen identifizierten Rissen wurden dann zu jedem Bildausschnitt und Zeitpunkt folgende Größen bestimmt:

1. Anzahl der Risse (`Anz`)
2. Mittlere Risslänge (`Mean`)
3. Maximale Risslänge (`Max`)
4. Aufsummierte Risslänge (`Cum`)

Die Datei `CRACK.DAT` enthält diese Größen für die 54 Bildausschnitte. Dabei bezeichnen die Spalte `No` die Nummer des Bildausschnittes, die Spalten `T0`, `T1`, `T2`, `T3`, `T4`, `T5`, `T6`, `T7`, `T8`, `T9`, `T10`, `T12`, `T14`, `T16`, `T18` die Zeitpunkte 1 bis 18 (in tausend Lastwechseln) und `Quantity` die bestimmte Risskennzahl (`Anz`, `Mean`, `Max`, `Cum`).

Aufgaben

1. Finden Sie geeignete Modelle für die Abhängigkeit der Risskennzahlen von der Zeit. Betrachten Sie insbesondere folgende lineare und nichtlineare Funktionen:

$$\begin{aligned}
&f(t) = \beta_0 + \beta_1 t, \quad f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2, \quad f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3,\\
&f(t) = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 t}, \quad f(t) = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2},\\
&f(t) = \beta_0 \exp(\beta_1 t), \quad f(t) = \frac{1}{\beta_0 + \exp(\beta_1 t)}, \quad f(t) = \frac{\beta_0}{1 + \exp(\beta_1 t)},\\
&f(t) = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 \exp(\beta_2 t)}, \quad f(t) = \frac{\beta_0}{1 + \exp(-\beta_1 (t - \beta_2))}.
\end{aligned}$$

2. Welchen Unterschied erhält man, wenn linearisierende Transformationen bei den nichtlinearen Funktionen durchgeführt werden, wo es möglich ist?

Literatur

Sachs, L. und Hedderich, J. (2009). *Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R.* Springer, Berlin.

Faraway, J.J. (2006). *Extending the Linear Model with R.* Chapman & Hall/CRC.

Venables, W.N. und Ripley, B.D. (2003). *Modern Applied Statistics with S.*, Springer, New York.

`http://en.wikipedia.org/wiki/Akaike_information_criterion`, 12.2.2010

Abgabetermin

Abgabe bis spätestens **Montag, den 12. Juli 2010**, in der Veranstaltung.