TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND
FAKULTÄT STATISTIK

Wintersemester 2010/11
24.11.2010

Dr. Th. Ziebach | Dr. D. Wied | Dipl.-Stat. E. Lockow

Blatt 7

Übungen zur Vorlesung
Zeitreihenanalyse

Aufgabe 21 (Robuste gleitende Durchschnitte)

Simulieren Sie insgesamt 1000 Zeitreihen der Länge $T = 100$ mit $x_t = t + u_t$, wobei $u_t \sim t_\nu$ für $\nu = 0.5, 1, 2, 3$ gilt. Glätten Sie die Zeitreihe einmal mit einem einfachen gleitenden Durchschnitt ($m = 5$) und einmal mit einem Running Median. Berechnen Sie für jedes ν und für jeden Simulationsdurchlauf die gesamte absolute Abweichung der geschätzten Werte vom wahren Trend und mitteln Sie über die 1000 Durchläufe. Welche Unterschiede ergeben sich zwischen den beiden Glättungsverfahren?

Aufgabe 22 (Eigenschaften von Autokovarianzfunktionen)

Zeigen Sie, dass für die Autokovarianzfunkion $\gamma(h)$ eines stationären stochastischen Prozesses folgende Eigenschaften gelten:

1. $\gamma(0) \geq 0$,
2. $|\gamma(h)| \leq \gamma(0)$,
3. $\gamma(-h) = \gamma(h)$

Aufgabe 23 (Autokovarianzfunktionen von stationären Zeitreihen)

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden auf $\mathbb{Z}$ definierten Funktionen Autokovarianzfunktionen von stationären Zeitreihen sind:

(a) $$\gamma(h) = \begin{cases} 1 & h = 0, \\ 1/h & h \neq 0. \end{cases}$$

(b) $$\gamma(h) = 1 + \cos\frac{\pi h}{2} - \cos\frac{\pi h}{4}$$

(c) $$\gamma(h) = \begin{cases} 1 & h = 0, \\ 0.4 & h = \pm 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(d) $$\gamma(h) = \begin{cases} 1 & h = 0, \\ 0.6 & h = \pm 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

bitte wenden

Aufgabe 24 (Stationäre Prozesse)

Zeigen Sie, dass es sich bei den folgenden Folgen von Zufallsvariablen $\{X_t\}$ um (schwach) stationäre Prozesse handelt.

(a) $X_t \sim MA(q)$, das heißt $X_t = \theta_0 \epsilon_t + \ldots + \theta_q \epsilon_{t-q}$, wobei $\theta_0, \theta_q \neq 0, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2)$

(b) $X_t = \rho X_{t-1} + \epsilon_t$ mit $\epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2), |\rho| < 1$ und $\mathsf{E}(\epsilon_t X_s) = 0$ $(s < t)$

(c) $X_t = A\cos(\phi t) + B\sin(\phi t)$, wobei A und B unkorrelierte Zufallsvariablen mit $\mathsf{E}(A) = \mathsf{E}(B) = 0$ und $\mathsf{E}(A^2) = \mathsf{E}(B^2) = 1$ sind und $\phi \in [0, 2\phi)$.

Abgabe: Mittwoch, 01.12.2010, in der Vorlesung. Bitte vermerken Sie auf der Abgabe, welche Übung Sie besuchen. Die Aufgaben werden in den Übungen am 03.12.2010 besprochen.

Homepage zur Vorlesung: `https://www.statistik.tu-dortmund.de/iwus-lehre-201011.html`