TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND
FAKULTÄT STATISTIK

Wintersemester 2010/11
27.10.2010

Dr. Th. Ziebach | Dr. D. Wied | Dipl.-Stat. E. Lockow

Blatt 3

Übungen zur Vorlesung
Zeitreihenanalyse

Aufgabe 7 (Mittlerer quadratischer Fehler der Trendkomponente)

Gegeben sei eine Zeitreihe $x_t = z_t + u_t$. Der globale Trend der Zeitreihe sei $z_t = t^3$ und die irreguläre Komponente bestehe aus einem weißen Rauschen mit Varianz $\sigma^2 = 1$. Der Trend der Zeitreihe soll nun lokal durch Polynome der Ordnung 2 approximiert werden.
Wie sollte m gewählt werden, damit der mittlere quadratische Fehler der Trendkomponente möglichst klein gehalten wird?

Aufgabe 8 (Vektorräume und Backshift-Operatoren)

Zeigen Sie:

1. Die Menge $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}} := \{\{\ldots, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \ldots\} | x_i \in \mathbb{R}\}$ ist ein linearer Vektorraum (über $\mathbb{R}$).
2. Der Backshift-Operator $B : \mathbb{R}^{\mathbb{Z}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{Z}}$ mit $B(\{x_t\}) = \{x_{t-1}\}$ ist ein linearer Operator.

Aufgabe 9 (Simulation: Lokale Trendanpassung, linear, quadratisch, kubisch)

Gegeben sei eine Zeitreihe $x_t = z_t + u_t$ mit dem globalen Trend z_t und der irregulären Komponente u_t, einem weißen Rauschen mit konstanter Varianz $\sigma^2 = 1$. Simulieren Sie für die drei Trendfunktionen $z_t = t$, $z_t = t^2$ und $z_t = t^3$ jeweils 100 Zeitreihen der Länge $T = 100$ mit den Punkten $0.1, 0.2, \ldots, 10$ und passen Sie jeweils einen lokalen polynomialen Trend der Ordnung $p = 1$ bzw. $p = 2$ an.
Vergleichen Sie die Anpassungen, indem Sie bei den 100 Wiederholungen jeweils die Verzerrung und die Varianz von $\hat{z}_t$ - gemittelt über alle t - berechnen. Wählen Sie als Fensterbreite $m = 10$. Was ergibt sich für $p = 3$?

Abgabe: Mittwoch, 03.11.2010, in der Vorlesung. Bitte vermerken Sie auf der Abgabe, welche Übung Sie besuchen. Die Aufgaben werden in den Übungen am 05.11.2010 besprochen.

Homepage zur Vorlesung: `https://www.statistik.tu-dortmund.de/iwus-lehre-201011.html`