

Übungen zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

Aufgabe 38 (Slutzky-Elimination)

Betrachten Sie die linearen Filter

$$\theta(B) = \frac{1}{2}(B^1 + B^0 + B^{-1}) \quad \text{und} \quad \Delta(B) = B^0 - B^1.$$

- Zeigen Sie: Für $n \rightarrow \infty$ eliminiert $(\theta(B)\Delta(B))^n$ alle Frequenzen bis auf zwei. Um welche Frequenzen handelt es sich?
- Interpretieren Sie das Ergebnis aus Aufgabenteil a) und zeichnen Sie die Gainfunktion von $(\theta(B)\Delta(B))^n$ für $n = 1, 10, 100, 1000$.

Aufgabe 39 (Datenbeispiel zur Spektraldichte)

Betrachten Sie erneut den Datensatz *sonnenflecken.txt*.

- Passen Sie an die mittelwertbereinigte Zeitreihe einen AR(2)-Prozess an, wobei die Parameter sowie die Fehlervarianz geeignet zu schätzen sind.
- Berechnen Sie außerdem die Spektraldichte des angepassten Modells. An welcher Stelle nimmt diese ihren maximalen Wert an?
- Wie sind die Ergebnisse zu interpretieren?

Aufgabe 40 (Spektraldichte eines AR(12)-Prozesses)

Betrachten Sie den stationären AR(12)-Prozess $X_t = \alpha X_{t-12} + \varepsilon_t$.

- Bestimmen Sie die Spektraldichte des Prozesses $X_t = \alpha X_{t-12} + \varepsilon_t$ und interpretieren Sie diese. Wie wirkt sich das Vorzeichen von α auf den Prozess aus?
- Zeichnen Sie die Spektraldichte für die Prozesse mit $\alpha = 1/2$ und $\alpha = -1/2$. Setzen Sie dazu jeweils $\sigma_\varepsilon = 1$ als bekannt voraus.

Aufgabe 41 (Spektraldichte eines ARMA(1,1)-Prozesses)

Bestimmen Sie die Spektraldichte des stationären ARMA(1,1)-Prozesses

$$X_t - \frac{1}{2}X_{t-1} = \varepsilon_t + \frac{1}{2}\varepsilon_{t-1}.$$

Abgabe: Mittwoch, 19.01.2011, in der Vorlesung. Bitte vermerken Sie auf der Abgabe, welche Übung Sie besuchen. Die Aufgaben werden in den Übungen am 21.01.2011 besprochen.

Homepage zur Vorlesung: <https://www.statistik.tu-dortmund.de/iwus-lehre-201011.html>