

Übungen zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

Aufgabe 35 (Autokorrelation des ARMA(1,1)-Prozesses)

Bestimmen Sie die Autokorrelationsfunktion des stationären ARMA(1,1)-Prozesses

$$X_t - \rho X_{t-1} = \epsilon_t + \theta \epsilon_{t-1}.$$

Aufgabe 36 (AR(1)-Prozess in größeren Zeitabständen)

Sei $\{X_t\}$ ein AR(1)-Prozess, der nicht zu jedem Zeitpunkt beobachtet werden kann, sondern nur in größeren äquidistanten Zeitabständen $k \cdot t, k > 1$.

Zeigen Sie, dass auch der Teilprozess $Y_t = X_{kt}$ einem AR(1)-Prozess folgt.

Aufgabe 37 (Trajektorien harmonischer Prozesse)

Erzeugen Sie gemäß Beispiel 7.6 aus der Vorlesung Trajektorien harmonischer Prozesse, die für wachsendes n als Approximation eines weißen Rauschens aufgefasst werden können.

Erzeugen Sie dazu für $n = 2, 5, 10$ und 100 Realisationen von Zufallsvariablen $A_i^{(n)}$ und $B_i^{(n)}$ mit den Eigenschaften

$$\mathbb{E}(A_i^{(n)}) = \mathbb{E}(B_i^{(n)}) = \mathbb{E}(A_i^{(n)} B_i^{(n)}) = 0 \text{ und } \text{Var}(A_i^{(n)}) = \text{Var}(B_i^{(n)}) = \frac{1}{n}$$

und stellen Sie die Trajektorien des resultierenden harmonischen Prozesses

$$X_t^{(n)} = \sum_{i=1}^n \left(A_i^{(n)} \cdot \cos\left(\frac{\pi i}{n} t\right) + B_i^{(n)} \cdot \sin\left(\frac{\pi i}{n} t\right) \right)$$

jeweils für $t = 1, \dots, 50$ grafisch dar.

Abgabe: Mittwoch, 12.01.2011, in der Vorlesung. Bitte vermerken Sie auf der Abgabe, welche Übung Sie besuchen. Die Aufgaben werden in den Übungen am 14.01.2011 besprochen.

Homepage zur Vorlesung: <https://www.statistik.tu-dortmund.de/iwus-lehre-201011.html>